5. ELŐADÁSHOZ TARTOZÓ PÉLDÁK
A KÖZGAZDASÁGTAN 1 ISMERETEK ALKALMAZÁSA

1/ DECENTRALIZÁLTSÁG
Edgeworth-doboz: általános egyensúlyi árak meghatározása

Tekintsünk egy tiszta cseregazdaságot jól viselkedő hasznossági függvényekkel jellemezhető fogyasztók esetében és határozzuk meg az egyensúlyt!

Megoldás:
A piaci kereslet az egyéni keresletek összege. A kínálat pedig a kezdőkészletek összege. Walras törvény következtében pedig ha N-1 piac egyensúlyban van, akkor az N-edik is, tehát elég N-1 piacra felírni az egyensúlyt. Másképp: relatív árak vannak, tehát egy árat szabadon megválaszthatunk.

Annyit tegyünk meg, hogy feltételezzük, hogy csak két jószág és két szereplő van, hogy ábrázolhassuk is a problémát!

Legyen az egyszerűség kedvéért a két szereplő A és B ugyanolyan Cobb-Douglas hasznosságfüggvénnyel jellemezhető: $U^A(x^A,y^A)=x^Ay^A$, illetve $U^B(x^B,y^B)=x^By^B$. Legyenek a szereplők kezdőkészletei rendre (10 liter bor,50 kg kenyér) és (40 liter bor,10 kg kenyér).

A fogyasztó döntési problémája

$$\max_{x,y} x^j y^j$$

$$p_x x^j + p_y y^j = p_x e_x^j + p_y e_y^j$$

Az i-edik szereplő keresleti függvénye:

$$x^j = \frac{p_x e_x^j + p_y e_y^j}{2p_x}$$

Minthogy egy ár szabadon megválasztható (relatív árak vannak), legyen p_y=1Ft/kg.
Általános egyensúlyban minden piac egyensúlyban van. Walras – törvény miatt 2 jószág esetén elég egy jószág piacára felírni az egyensúly feltételt:

Piaci kereslet = Piaci kínálat

$$\sum_{j=A}^{B}\left(\frac{e_x^j}{2} + \frac{e_y^j}{2p_x}\right) = \sum_{j=A}^{B} e_x^j$$

Nevezetesen:

$$25 + \frac{60}{2p_x} = 50$$

Tehát:

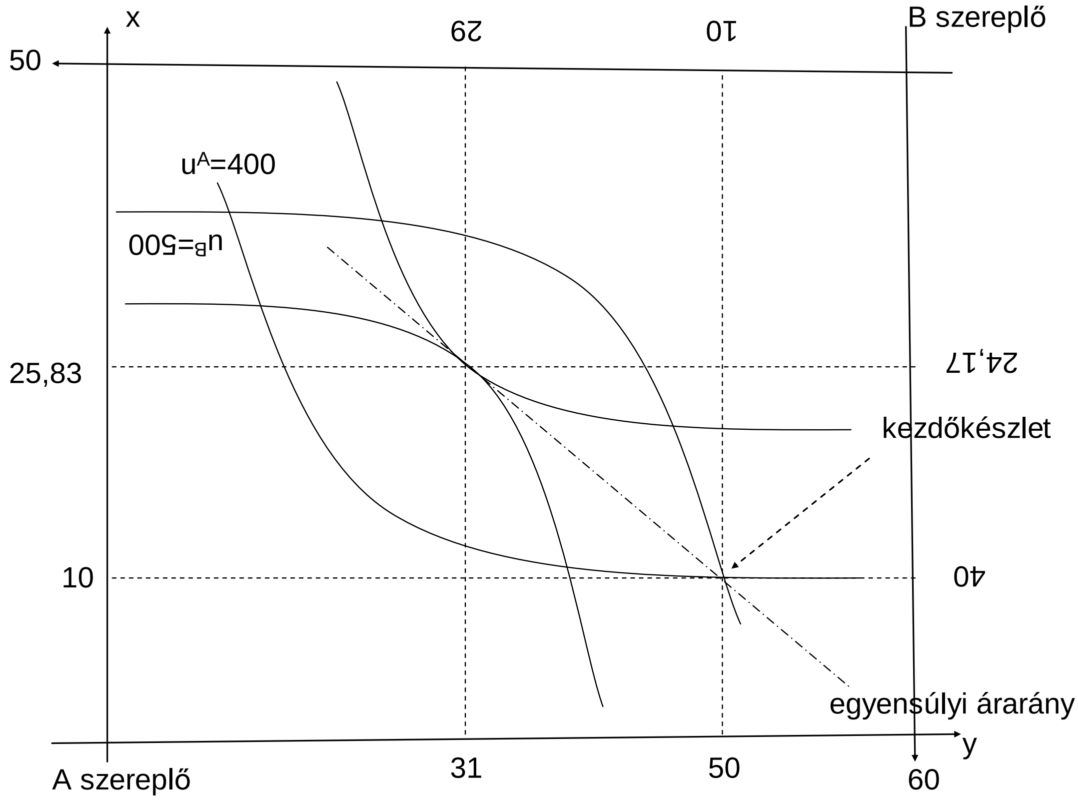
$$p_x = \frac{30}{25} = 1{,}2\frac{\text{Ft}}{\text{liter}}$$

Láttuk, hogy egyensúlyban minden egyes fogyasztó úgy választ, hogy két jószág ráaránya egyenlő a helyettesítési határaránnyal (határhasznok arányával). Vagyis egyensúlyban igaz, hogy $MRS^A=MRS^B$. Ez azt jelenti, hogy a közömbösségi görbéik meredeksége azonos. Minthogy el is költik a jövedelmüket, így nincs lehetőség semmilyen olyan cserére, amivel jobb helyzetbe kerülhetne bármelyik szereplő oly módon, hogy ne csökkenne a másik haszna. Ezt az állapotot nevezzük Pareto-hatékony állapotnak. Tehát **Pareto-hatékony** állapotban semelyik szereplő helyzete nem javítható anélkül, hogy legalább egy másik szereplő helyzete ne romolna.

Ez az észrevétel a **Jóléti közgazdaságtan első tétele** (*First Theorem of Welfare Economics, Premier théorème du bien-être*). Nevezetesen a tökéletes versenyzői egyensúly Pareto-hatékony.

Ábrázolás: megfelelő módon egymásba forgatva a két szereplő döntési problémáját ábrázoló közömbösségi térképet. Nevezetesen, a közömbösségi térképek egymáshoz képest 180 fokkal való elforgatásáról és a kezdőkészleteket közös pontba hozó ábrázolásról van szó. Ezt nevezzük **Edgeworth-doboznak**.

A fenti példa számaival:



Vagyis az Edgewoth-doboz oldala a kezdőkészletek összege. A kiinduló helyzet hasznossági szintjein áthaladó közömbösségi görbék metszik egymást, így van lehetőség arra, hogy mindkét szereplő jobb helyzetbe kerüljön. Sok olyan helyzet van, ahol mindkét szereplő jobban jár. Az egyensúlyi helyzet egy lehetséges ilyen helyzet, ami az egyensúlyi áron történő cserénél következik be. Az egyensúlyi ár olyan egyenes meredeksége, ami átmegy a kezdőkészletek pontján és a közömbösségi görbék érintési pontján.

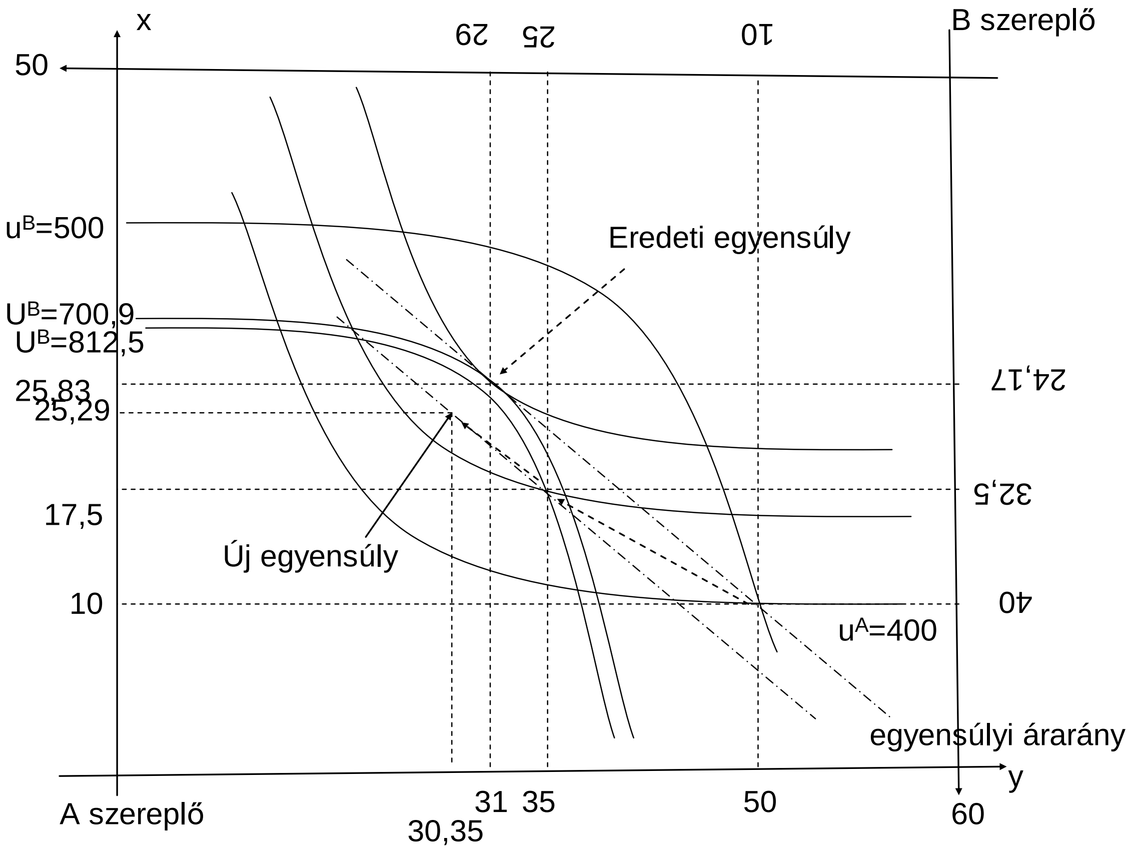
Ez a meredekség esetünkben $p_{y/x} = \frac{p_{y/Ft}}{p_{x/Ft}} \frac{1\frac{Ft}{kg}}{1{,}2\frac{Ft}{liter}} = \frac{1}{1{,}2}\frac{liter}{kg}$. Ez az egyenes pedig nem más, mint a szereplők költségvetési korlátja. Vagyis a sok lehetséges olyan helyzetből ahol mindkét fél jobban jár a cserével kiválasztottuk azt, amikor az A szereplő 15,83 liter bort kap és cserébe 19 kg kenyeret ad.

Így az Edgeworth-doboz szépen illusztrálja azt a problémát, hogy ha nem alkudoznak ügyesen a szereplők, illetve ha nem egyensúlyi áron is cserélnek, akkor már nem az itt meghatározott egyensúlyba fogunk eljutni.

Persze ha nem egyensúlyi áron is cserélhetnek egészen addig, amíg megéri nekik, akkor is olyan állapotba jutunk, ami Pareto-hatékony.

Ennek illusztrálására tételezzük fel, hogy B szereplő a p_x=2Ft/l árat ajánlja. A szereplő elfogadja. Ezen az áron A szereplő 7,5 liter bort kap és cserébe 15 kg kenyeret ad. A kezdőkészletek tehát rendre az alábbiak szerint módosulnak:
(17,5; 35) illetve (32,5;25). A szereplőnek érdeke volt elfogadni a cserét, ugyanis nőtt a hasznossága (400-ról 612,5-re, igaz ez még nem az egyensúlyi áron vett cserével elérhető 800,73, de még maradtak kihasználatlan cserelehetőségek.) B szereplő hasznossági szintje jobb, mint ha a p_x=1,2-es áron cserélt volna. (812,5 szemben a 700,93-mal.) Az egyszerűség kedvéért tételezzük fel, hogy B újabb cserét ajánl, de most már a szokásos módon számolt egyensúlyi árat. Ekkor az egyensúlyi ár ugyanaz, mint az előbb.

Kérdés: honnan lehet ezt mindenféle újabb számolás nélkül tudni? A Cobb-Douglas preferenciák Gorman-alakúak, azaz az aggregált kereslet nem függ a jövedelemelosztástól. Minthogy az összes kezdőkészlet nem változik, ezért az aggregált kereslet és kínálat sem fog változni.



Nyilvánvaló, hogy nem ugyanaz a végső fogyasztásuk a két esetben, de az is nyilvánvaló, hogy Pareto-hatékony állapotba jutottunk.

Ez a példa rámutat arra, hogy amennyiben a szereplők képesek befolyásolni az árat, nem fogunk eljutni az eredetileg meghatározott egyensúlyba. Sőt, ha az egyének hasznossági függvényei nem Gorman-alakúak, akkor a végső egyensúlyi ár sem lesz ugyanaz.

2. KREMATISZTIKÉ

Robinson Crusoe gazdaság

Amennyiben feltételezzük, hogy vannak termelők is a gazdaságban, akkor nyilván a modell eredményei nem fognak változni (létezik Pareto - hatékony egyensúly), mert akkor a modell nem szolgálhatott volna a piacgazdaság hatékonyságát hirdető ideológia alapjául.

Az egyszerűség kedvéért legyen csak egyetlen termelő. Amennyiben a szokásos Cobb-Douglas hasznosságfüggvénnyel dolgozunk, akkor nem változtat a lényegen, hogy csak egyetlen fogyasztót is tekintünk (mert Gorman alakú). Az ilyen gazdaságokat nevezik **Robinson Crusoe gazdaság**oknak. (Magyarán amikor ugyanazon szereplő termelő és fogyasztó is egyben. Tulajdonképp ez annak a speciális esetnek felel meg az általános egyensúlyelméletben, amikor egy fogyasztó egy vállalatot teljes egészében birtokol.)

A fogyasztó hasznosság függvénye legyen ugyanaz, mint az előbb U(x,y)=ys, ahol y a termék, s pedig a szabadidő. A vállalat kizárólag munka felhasználással termel $y = \sqrt{x}$ termelési függvénnyel, ahol nyilván x jelenti a munkát. Határozzuk meg az egyensúlyi árat ebben a gazdaságban, ha a fogyasztó kezdőkészlete (0,L) és a munka árát választjuk elszámoló egységnek.

Megoldás: A vállalat profitmaximum feladatának van megoldása csökkenő mérethozadékú termelési függvény esetén. Ebből származtatható a munka-keresleti függvény, a termék kínálati függvénye és a profit- függvény (fogyasztó jövedelméhez szükséges):

$$\max_x p\sqrt{x} - 1 \cdot x$$

$$\frac{1}{2}p = \sqrt{x}$$

$$x = \frac{1}{4}p^2 \quad munkakeresleti\ függvény$$

$$y = \frac{1}{2}p \quad termék\ kínálati\ függvénye$$

$$\pi = \frac{1}{4}p^2 \quad profitfüggvény$$

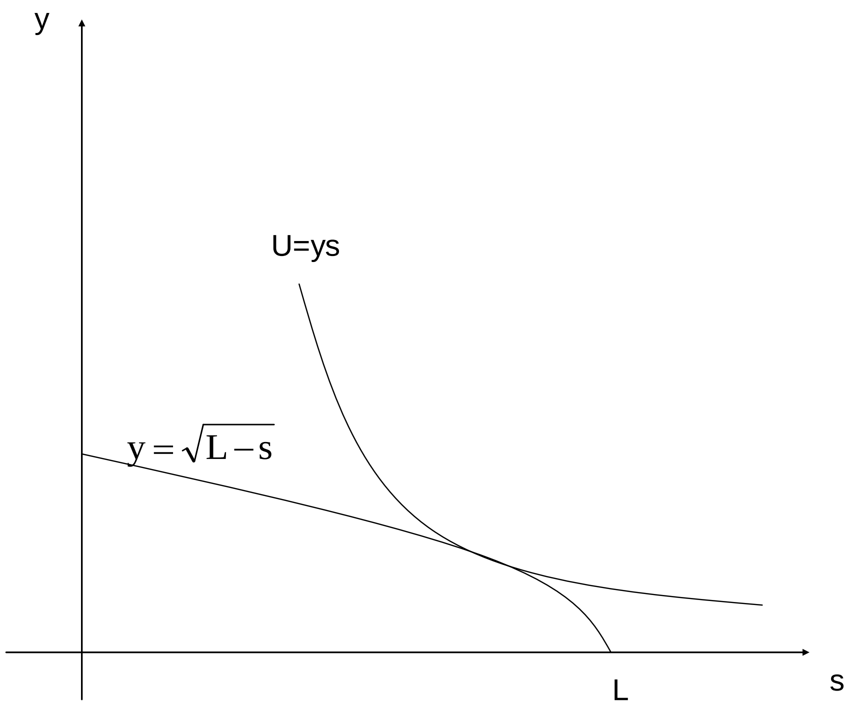
A fogyasztó haszonmaximalizálási feladatából már levezettük, hogy a kereslet $y = \frac{1}{2}\frac{I}{p_y}$ alakú, ahol I a jövedelmet jelöli.

A Walras – törvény értelmében elég egy piacra felírni az egyensúlyi feltételt, vagyis például a munkaerőpiacra felírva adódik:

$$L - \frac{1}{2}\frac{1 \cdot L + \frac{1}{4}p^2}{1} = \frac{1}{4}p^2$$

$$p = \sqrt{\frac{4}{3}L}$$

Ábrázoljuk a megoldást a szabadidő termék térben!



A termelési függvény megfelelő alakja ekkor nyilván $y = \sqrt{L - s}$. Vagyis végső soron a lehetséges maximális kibocsátásokat ábrázoltuk (szabadidő és y jószág). Ezt a görbét **transzformációs görbé**nek nevezik. A transzformációs görbe meredekségét pedig transzformációs határaránynak.

Az általános egyensúlyelmélet ezen leegyszerűsített változatát használják előszeretettel bevezető tankönyvek a nemzetközi kereskedelem komparatív előnyökön alapuló specializáció elemzésére (két Robinson Crusoe szereplő, amit országgal azonosítanak, a termelési lehetőségeket pedig transzformációs görbével ábrázolják). Később visszatérek rá.

Megjegyzem, hogy a fenti példában a termelési függvény csökkenő mérethozadékú tehát van profit, amit természetesen teljes egészében elköltenek a fogyasztók, ellenkező esetben ugyanis nem lehetne eladni a megtermelt terméket.

Példa: az általános egyensúlyelmélet egy gazdaságában egyetlen vállalat van és egyetlen fogyasztó. A vállalat termelési függvénye $y = \sqrt{L}$, ahol y a megtermelt termék mennyisége, L pedig a felhasznált munkaerő mennyisége. A fogyasztó hasznosságfüggvénye a szokásos Cobb-Douglas alakú: $U(y,S) = yS$, ahol S a szabadidőt jelöli. A fogyasztó kezdőkészlete $(0,\overline{S})$. Határozzuk meg az egyensúlyi árakat ebben a gazdaságban, amennyiben a vállalat profitját osztalékként kiosztják a fogyasztónak, illetve abban az esetben, amikor nem! Az árakat jelöljük rendre p-vel és w-vel.

Megoldás:
Vállalat profitmaximum feladatából a munkakeresleti függvény meghatározható:

$$\underset{L}{Max}\, py - wL = p\sqrt{L} - L$$

$$L_D = \left(\frac{1}{2}\cdot\frac{p}{w}\right)^2$$

Innen behelyettesítéssel adódik a profitfüggvény:

$$\pi = \frac{1}{4}\cdot\frac{p^2}{w}$$

A fogyasztó haszonmaximum feladatából pedig a munka kínálati függvényt vezethetjük le:

$$\underset{y,S}{Max}\, U(y,S) = yS$$

$$py + wS = w\overline{S} + \pi$$

$$\overline{S} = S + L$$

$$L_S = \frac{\overline{S}}{2} - \frac{\pi}{2w}$$

Az első estben, amikor a teljes profitot kiosztja az egyensúlyi árak:

$$L_D = L_S$$

$$\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{p}{w}\right)^2 = \frac{\overline{S}}{2} - \frac{\frac{1}{4}\cdot\frac{p^2}{w}}{2w}$$

$$\frac{p}{w} = 2\sqrt{\frac{\overline{S}}{3}}$$

A Walras - törvény miatt egy árat szabadon megválaszthatunk. Legyen: w=1. Ekkor:

$$L_D = L_S = \frac{\overline{S}}{3}$$

$$y_D = y_S = \sqrt{\frac{\overline{S}}{3}}$$

Ha nem osztjuk ki a profitot, akkor a munkakínálati függvény:

$$L_S = \frac{\overline{S}}{2}$$

Tehát egyensúlyban:

$$L_D = L_S = \frac{\overline{S}}{2}$$

Igen ám, de ha leellenőrizzük, hogy y jószágból is megegyezik-e a pici kereslet a piaci kínálattal azt tapasztaljuk, hogy nem:

$$y_S = \sqrt{\frac{\overline{S}}{2}}\text{, de } y_D = \frac{1}{2}\cdot\frac{w\overline{S}}{p} = \frac{1}{2}\cdot\overline{S}\cdot\frac{1}{\sqrt{2\overline{S}}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\overline{S}}{2}}$$

Magyarán amennyiben a vállalat krematisztikus szereplő (nem osztja ki mindig teljes egészében a profitját), akkor nincs egyensúly.